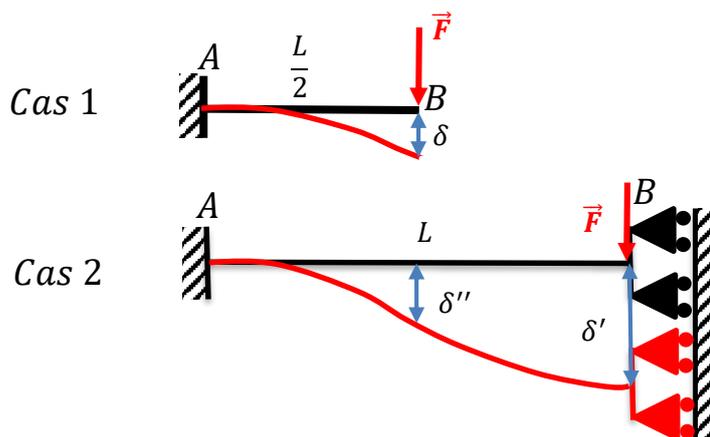


Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

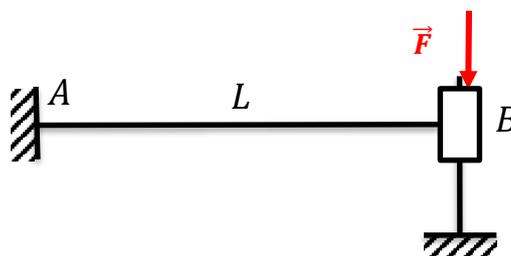
## *Structures hyperstatiques*

### Exercice 1: Equilibreuse Deltalab

#### *Etude intuitive*



**Question 1:** Proposer un modèle cinématique plan du cas n° 2.



**Question 2:** Déterminer le torseur de cohésion du cas n° 2 en fonction de  $x$ .

$$\{\mathcal{T}_c\} = \begin{Bmatrix} 0 \\ -F \\ 0 \end{Bmatrix}_x + \begin{Bmatrix} X_{01}' \\ 0 \\ M_{01}' \end{Bmatrix}_x = \begin{Bmatrix} X_{01}' \\ -F \\ M_{01}' - F(L-x) \end{Bmatrix}_x$$

**Question 3:** En remarquant que la déformée présente un point d'inflexion, déterminer le torseur de cohésion en  $x = \frac{L}{2}$

$$y'' = \frac{M_{f_z}}{EI_{g_z}}$$

$$x = \frac{L}{2} ; \quad y'' = 0 \Rightarrow M_{f_z} = 0$$

Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

On peut toutefois se rendre compte que le fait que le moment soit nul en  $x = \frac{L}{2}$  fait que les problèmes 1 et 2 sont similaires. En effet, le torseur de cohésion, torseur de l'action de II sur I dans le problème 2, a l'expression suivante :

$$\{\mathcal{T}_c\} = \begin{pmatrix} X_{01}' & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^B_{x=\frac{L}{2}}$$

Comme on ne s'intéresse qu'à la flexion, on prend :

$$\{\mathcal{T}_c\} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}^B_{x=\frac{L}{2}}$$

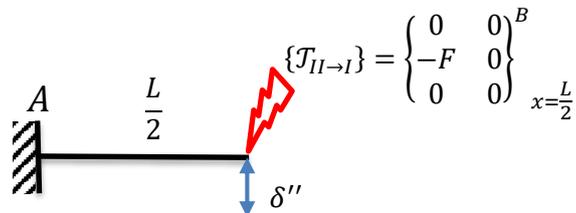
Remarque : cette astuce lève l'hyperstatisme. Il est alors possible d'en déduire le moment inconnu :

$$M_{01}' = F \left( L - \frac{L}{2} \right) = F \frac{L}{2}$$

On peut alors traiter le problème usuellement et calculer la déformée de la poutre avec le moment fléchissant connu.

**Question 4: En déduire la relation  $\delta'' = \delta$**

La partie entre 0 et  $\frac{L}{2}$  se comporte exactement (à la traction compression près, même si comme il n'y a pas d'effort axial, on trouvera 0) comme le cas simple d'un effort  $F$  appliqué en  $\frac{L}{2}$ .



D'où

$$\delta'' = \delta$$

**Question 5: En remarquant une symétrie sur la déformée, établir la relation entre  $\delta'$  et  $\delta''$**

On remarque que la déformée de la poutre de longueur L est symétrique par rapport à son centre.

$$\delta' = 2\delta''$$

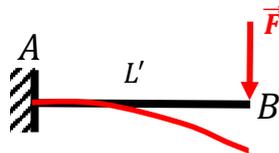
Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

**Question 6: En déduire la relation entre  $\delta$  et  $\delta'$**

$$\delta' = 2\delta$$

### *Etude théorique*

**Question 1: Rappeler la flèche  $f$  de l'extrémité d'une poutre de longueur  $L$  encastée à l'une de ses extrémités sous l'action  $\vec{F}$ .**



$$f = -\frac{FL^3}{3EI_{G_z}}$$

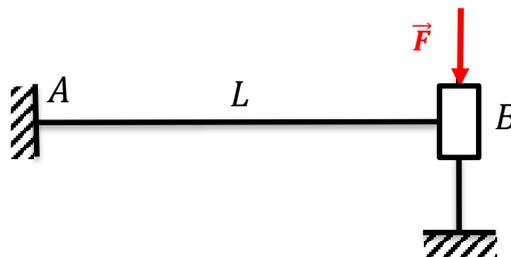
**Question 2: En déduire la flèche  $\delta$  en bout de poutre pour une longueur  $\frac{L}{2}$ .**

$$\delta = -\frac{FL^3}{24EI_{G_z}}$$

**Question 3: En déduire la déformation théorique  $\delta'$  de la lame en flexion en fonction de  $F$ ,  $L$ ,  $E$  et  $I_{G_z}$ .**

$$\delta' = 2\delta = -\frac{FL^3}{12EI_{G_z}}$$

**Question 4: A l'aide de la méthode développée en cours pour traiter les problèmes hyperstatiques, déterminer l'expression de  $\delta'$ , flèche de la poutre en B.**



- Hyperstatisme

h=2

Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

En plan on a un encastrement et une glissière :  $h = m + I_S - E_S = 0 + 5 - 3 = 2$ . Hyperstatisme en rotation autour de  $\vec{z}$  et en translation suivant  $\vec{x}$ .

- Isoler le système et déterminer le plus d'inconnues statiques de liaisons en fonction des autres

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B + \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & N_A \end{Bmatrix}_A + \begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & N_B \end{Bmatrix}_B &= \{0\} \\ \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B + \begin{Bmatrix} X_A & 0 \\ Y_A & 0 \\ 0 & N_A - LY_A \end{Bmatrix}_B + \begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & N_B \end{Bmatrix}_B &= \{0\} \end{aligned}$$

$$\begin{cases} X_A + X_B = 0 \\ -F + Y_A = 0 \\ N_A - LY_A + N_B = 0 \end{cases}$$

$$N_A - LY_A + N_B = 0$$

$$N_A = LY_A - N_B$$

- Choisir l'inconnue statique en fonction de laquelle les autres seront exprimées et les exprimer en fonction de celle-ci.

$$N_B$$

$$N_A = LY_A - N_B$$

- Exprimer le torseur de cohésion dans les différents tronçons en fonction de l'inconnue statique indéterminée et des données du problème (charges extérieures et géométrie)

$$\begin{aligned} \{\mathcal{J}_C\} &= \{\mathcal{J}_{ext \rightarrow 2}\} \\ \{\mathcal{J}_C\} &= \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_B + \begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & N_B \end{Bmatrix}_B \\ \{\mathcal{J}_C\} &= \begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & N_B - F(L-x) \end{Bmatrix}_M = \begin{Bmatrix} X_B & 0 \\ -F & 0 \\ 0 & Fx + N_B - FL \end{Bmatrix}_M \end{aligned}$$

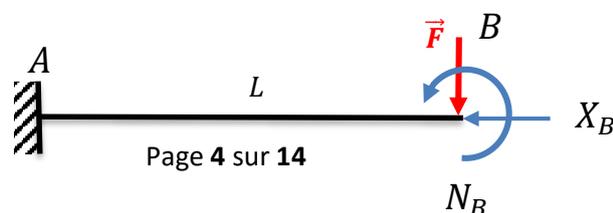
Dans un second temps, on va mettre en place une équation supplémentaire permettant de traduire la contrainte liée à l'hyperstatisme de la poutre :

- Identifier la déformation liée à l'hyperstatisme :

Rotation suivant  $\vec{z}$

- Supprimer une des liaisons associées au degré d'hyperstatisme mis en évidence tout en gardant comme effort extérieur la composante statique associée.

On supprime la liaison en B:



Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

- Déterminer alors la fonction traduisant la déformation de la poutre associée à l'hyperstatisme.

$$y''(x) = \frac{M_{f_z}}{EI_{g_z}}$$

$$EI_{g_z} y''(x) = M_{f_z}$$

$$EI_{g_z} y''(x) = Fx + N_B - FL$$

$I_{g_z}$  étant constant :

$$EI_{g_z} y'(x) = \frac{F}{2} x^2 + (N_B - FL)x + k_1$$

$$EI_{g_z} y(x) = \frac{F}{6} x^3 + \frac{(N_B - FL)}{2} x^2 + k_1 x + k_2$$

Liaison prise en compte :

$$y(0) = k_2 = 0$$

$$y'(0) = k_1 = 0$$

$$EI_{g_z} y(x) = \frac{F}{6} x^3 + \frac{(N_B - FL)}{2} x^2$$

$$y(x) = \frac{F}{6EI_{g_z}} x^3 + \frac{(N_B - FL)}{2EI_{g_z}} x^2$$

- Ecrire une équation traduisant la condition de déformation imposée par la liaison supprimée.

$$\theta_z(L) = 0$$

$$y'(L) = 0$$

$$\frac{F}{2} L^2 + (N_B - FL)L = 0$$

$$FL^2 + 2(N_B - FL)L = 0$$

$$FL^2 + 2N_B L - 2FL^2 = 0$$

$$N_B = \frac{FL}{2}$$

Finalement, on a :

$$y(x) = \frac{F}{6EI_{g_z}} x^3 + \frac{(N_B - FL)}{2EI_{g_z}} x^2$$

$$y(x) = \frac{F}{6EI_{g_z}} x^3 + \frac{\left(\frac{FL}{2} - FL\right)}{2EI_{g_z}} x^2$$

Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

$$y(x) = \frac{F}{6EI_{g_z}} x^3 - \frac{FL}{4EI_{g_z}} x^2$$

$$y(L) = \delta' = \frac{FL^3}{6EI_{g_z}} - \frac{FLL^3}{4EI_{g_z}}$$

$$\delta' = \frac{4FL^3}{24EI_{g_z}} - \frac{6FLL^3}{24EI_{g_z}}$$

$$\delta' = \frac{-2FL^3}{24EI_{g_z}}$$

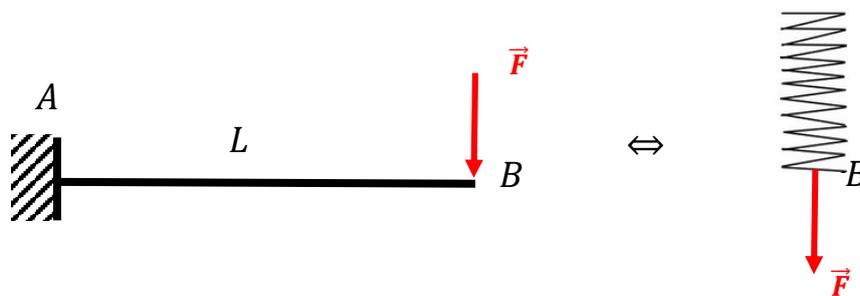
$$\delta' = -\frac{FL^3}{12EI_{g_z}}$$

Question 5: En déduire la relation entre  $\delta$  et  $\delta'$ .

$$\frac{\delta'}{\delta} = \frac{-\frac{FL^3}{12EI_{g_z}}}{-\frac{FL^3}{24EI_{g_z}}} = 2$$

### Raideur d'une lame

On propose le modèle suivant :



Question 6: Déterminer la raideur de ce ressort en fonction de  $E$ ,  $l$ ,  $e$  et  $L$

$$\delta' = -\frac{FL^3}{12EI_{g_z}}$$

$$F = k\delta'$$

$$k = \left| \frac{F}{\delta'} \right| = \frac{12EI_{g_z}}{L^3}$$

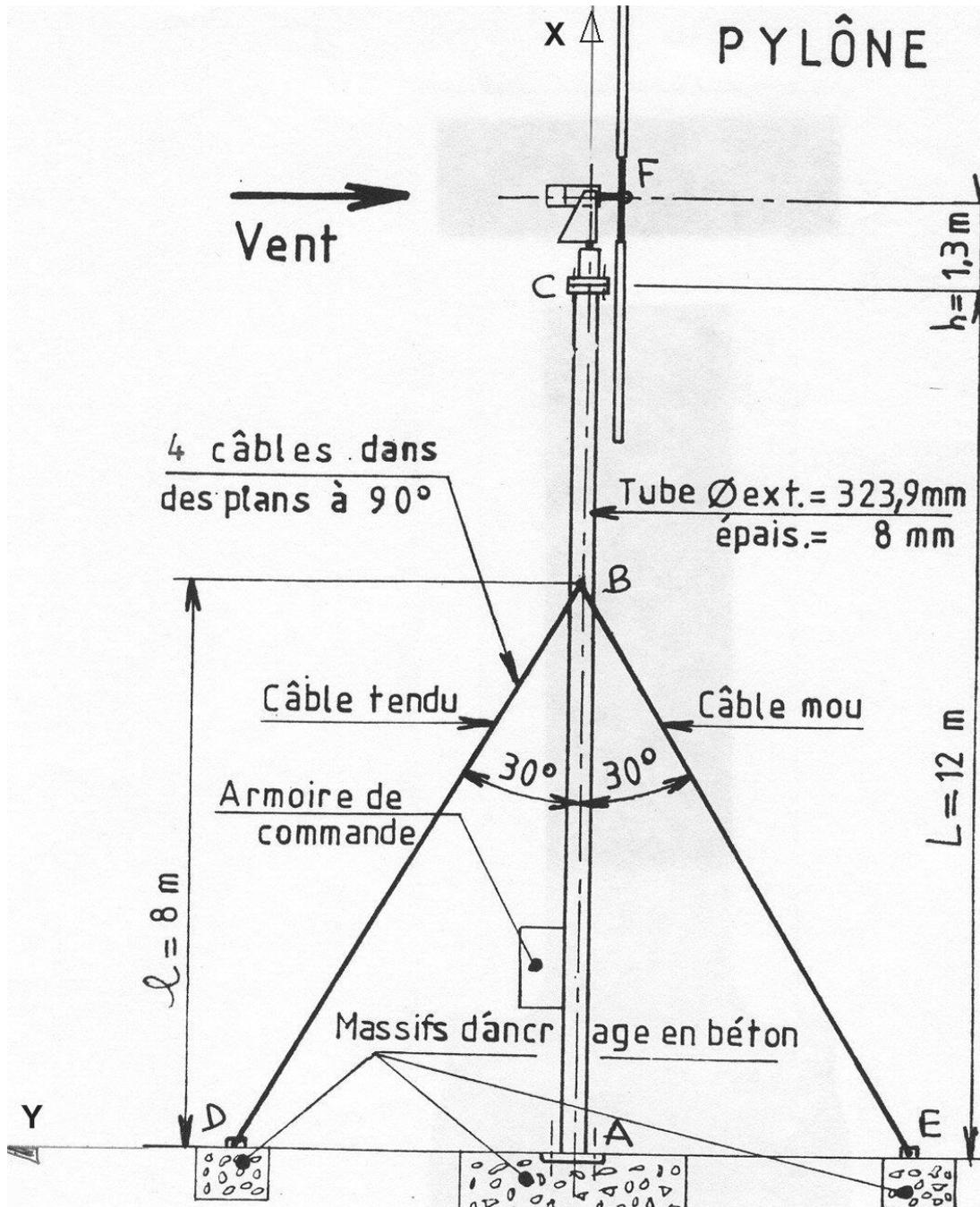
$$I_{g_z} = \frac{le^3}{12}$$

Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

$$k = \frac{12ELe^3}{12L^3} = \frac{ELe^3}{L^3}$$

Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

## Exercice 2: Pylône d'aérogénérateur



Question 1: Calculer le moment quadratique  $I_{G_z}$  du pylône en  $mm^4$ .

$$D = 323,9$$

$$d = 307,9$$

$$I_{G_z} = \pi \frac{D^4 - d^4}{64} = \pi \frac{323,9^4 - 307,9^4}{64} = 99100806 \text{ mm}^4 = 99,1 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$$

Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

$$I_{G_z} = 99,1 * 10^{-6} m^4$$

**Question 2: Calculez dans le plan de la figure, la flèche à l'extrémité C du pylône si l'on supprime les câbles.**

$$y''(x) = \frac{M_{f_z}}{EI_{G_z}}$$

$$EI_{G_z} y''(x) = M_{f_z}$$

$$EI_{G_z} y''(x) = -F(L + h - x) = Fx - F(L + h)$$

$I_{G_z}$  étant constant :

$$EI_{G_z} y'(x) = \frac{F}{2} x^2 - F(L + h)x + k_1$$

$$EI_{G_z} y(x) = \frac{F}{6} x^3 - \frac{F(L + h)}{2} x^2 + k_1 x + k_2$$

$$y(x) = y'(x) = 0$$

$$EI_{G_z} y(x) = \frac{F}{6} x^3 - \frac{F(L + h)}{2} x^2$$

$$y(x) = \frac{F}{6EI_{G_z}} x^3 - \frac{F(L + h)}{2EI_{G_z}} x^2$$

$$f = y(L) = \frac{F}{6EI_{G_z}} L^3 - \frac{F(L + h)}{2EI_{G_z}} L^2$$

$$f = \frac{FL^3}{6EI_{G_z}} - \frac{FL^3}{2EI_{G_z}} - \frac{FhL^2}{2EI_{G_z}}$$

$$f = -\frac{FL^3}{3EI_{G_z}} - \frac{FhL^2}{2EI_{G_z}}$$

$$f = -\frac{FL^2}{EI_{G_z}} \left( \frac{L}{3} + \frac{h}{2} \right)$$

$$f = -\frac{1120 * 12^2}{210 * 10^9 * 99,1 * 10^{-6}} \left( \frac{12}{3} + \frac{1,3}{2} \right) = -36.036 mm$$

**Question 3: Que vaut la contrainte maximale de flexion dans le pylône ?**

$$\sigma = -y \frac{M_{f_z}}{I_{G_z}}$$

$$\sigma_{max} = \frac{D F(L + h)}{2 I_{G_z}} = 24.34 MPa < R_{pe} = \frac{Re}{2} = 110 MPa$$

**Question 4: Isoler le pylône complet dans la situation réelle afin d'en déduire les équations mettant en relation  $X_A$ ,  $Y_A$ ,  $M_A$ ,  $F$  et  $T$ , la tension du câble.**

On se place en A :

$$\begin{cases} X_A - T \cos \alpha = 0 \\ Y_A - F + T \sin \alpha = 0 \\ N_A - F(L + h) + T \sin \alpha l = 0 \end{cases}$$

Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

$$\begin{cases} X_A - T \frac{\sqrt{3}}{2} = 0 \\ Y_A - F + \frac{T}{2} = 0 \\ N_A - F(L+h) + \frac{Tl}{2} = 0 \end{cases}$$

**Question 5: Quel est le degré d'hyperstatisme du système ?**

On a 4 inconnues et 3 équations :

$$h = 1$$

**Question 6: Déterminez la tension T du câble tendu situé dans le plan de la figure.**

Nous devons ajouter une équation traduisant la compatibilité des déplacements du point B du fait de la déformation en flexion du pylône et de la déformation en traction-compression du câble.

Flèche en B du pylône : On étudie le tronçon AB !

$$y''(x) = \frac{M_{f_z}}{EI_{g_z}}$$

$$EI_{g_z} y''(x) = M_{f_z}$$

$$EI_{g_z} y''(x) = -F(L+h-x) + T \sin \alpha (l-x) = (F - T \sin \alpha)x - F(L+h) + Tl \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$EI_{g_z} y''(x) = \frac{1}{2}(2F - T)x + \frac{Tl - 2F(L+h)}{2}$$

$I_{g_z}$  étant constant :

$$EI_{g_z} y'(x) = \frac{1}{4}(2F - T)x^2 + \frac{Tl - 2F(L+h)}{2}x + k_1$$

$$EI_{g_z} y(x) = \frac{1}{12}(2F - T)x^3 + \frac{Tl - 2F(L+h)}{4}x^2 + k_1x + k_2$$

$$y(x) = y'(x) = 0$$

$$EI_{g_z} y(x) = \frac{1}{12}(2F - T)x^3 + \frac{Tl - 2F(L+h)}{4}x^2$$

$$y(x) = \frac{(2F - T)x^3 + [3Tl - 6F(L+h)]x^2}{12EI_{g_z}}$$

$$y(l) = \frac{(2F - T)l^3 + [3Tl - 6F(L+h)]l^2}{12EI_{g_z}}$$

$$y(l) = \frac{2Fl^3 - Tl^3 + 3Tl^3 - 6F(L+h)l^2}{12EI_{g_z}}$$

$$y(l) = \frac{2Fl^3 + 2Tl^3 - 6Fl^2(L+h)}{12EI_{g_z}}$$

$$y(l) = \frac{Fl^3 + Tl^3 - 3Fl^2(L+h)}{6EI_{g_z}}$$

Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

$$y(l) = \frac{F[l^3 - 3l^2(L+h)] + Tl^3}{6EI_{g_z}}$$

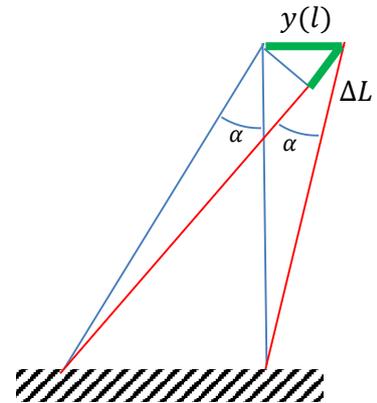
Déformation du câble :

$$\Delta L = \frac{TL_C}{ES}$$

$$L_C = \frac{l}{\cos \alpha} = \frac{2}{\sqrt{3}}l = \frac{2\sqrt{3}}{3}l$$

$$\cos \alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Delta L = \frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{Tl}{ES}$$



$$\sin \alpha = \frac{\Delta L}{|y(l)|}$$

$\alpha$  est considéré ne pas changer

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{\frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{Tl}{ES}}{\frac{F[l^3 - 3l^2(L+h)] + Tl^3}{6EI_{g_z}}}$$

$$\frac{1}{2} = -\frac{2\sqrt{3}}{3} \frac{Tl}{ES} \frac{6EI_{g_z}}{F[l^3 - 3l^2(L+h)] + Tl^3}$$

$$1 = -8\sqrt{3} \frac{Tl}{ES} \frac{EI_{g_z}}{F[l^3 - 3l^2(L+h)] + Tl^3}$$

$$\frac{S}{8\sqrt{3}I_{g_z}} = -\frac{T}{Fl[l - 3(L+h)] + Tl^2}$$

$$\frac{Sl}{8\sqrt{3}I_{g_z}} = -\frac{T}{F[l - 3(L+h)] + Tl}$$

$$T \frac{8\sqrt{3}I_{g_z}}{Sl} = -F[l - 3(L+h)] - Tl$$

$$T \frac{8\sqrt{3}I_{g_z} + Sl^2}{Sl} = -F[l - 3(L+h)]$$

$$\frac{T}{F} = -\frac{\sqrt{3}Sl[l - 3(L+h)]}{24I_{g_z} + \sqrt{3}Sl^2}$$

$$\frac{T}{F} = \frac{\sqrt{3}Sl[3(L+h) - l]}{24I_{g_z} + \sqrt{3}Sl^2}$$

**Question 7: En déduire la contrainte maximale dans le câble et vérifier qu'elle est acceptable.**

Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

$$F = 1120 \text{ N}$$

$$S = \pi * 0.005^2 = 7.85 * 10^{-5}$$

$$T = \frac{\sqrt{3}Sl[3(L+h)-l]}{24I_{g_z} + \sqrt{3}Sl^2} F = \frac{\sqrt{3} * \pi * 0.005^2 * 8[3(12+1,3)-8]}{24 * 99,1 * 10^{-6} + 8^2\sqrt{3} * \pi * 0.005^2} 1120 = 3507.74 \text{ N}$$

$$\sigma = \frac{T}{S} = \frac{3507.74}{7.85 * 10^{-5}} = 44.66 \text{ MPa} < Rpe = \frac{Re}{2} = 110 \text{ MPa}$$

**Question 8: Calculez, dans le plan de la figure, la flèche à l'extrémité du pylône stabilisé par les câbles dans les conditions de la question précédente.**

On a déjà l'équation de la déformée dans le tronçon AB. :

$$y_{AB}(x) = \frac{(2F - T)x^3 + [3Tl - 6F(L+h)]x^2}{12EI_{g_z}}$$

Ensuite, il faut la déterminer dans le tronçon BC - On reprend ce que l'on a fait précédemment :

$$y_{BC}''(x) = \frac{M_{f_z}}{EI_{g_z}}$$

$$EI_{g_z}y_{BC}''(x) = M_{f_z}$$

$$EI_{g_z}y_{BC}''(x) = -F(L+h-x) = Fx - F(L+h)$$

$I_{g_z}$  étant constant :

$$EI_{g_z}y_{BC}'(x) = \frac{F}{2}x^2 - F(L+h)x + k_1$$

$$EI_{g_z}y_{BC}(x) = \frac{F}{6}x^3 - \frac{F(L+h)}{2}x^2 + k_1x + k_2$$

Les conditions aux limites sont différentes :

$$y_{AB}'(l) = y_{BC}'(l)$$

$$y_{AB}(l) = y_{BC}(l)$$

$$\frac{F}{2}l^2 - F(L+h)l + k_1 = \frac{3(2F - T)l^2 + 2[3Tl - 6F(L+h)]l}{12}$$

$$\frac{F}{6}l^3 - \frac{F(L+h)}{2}l^2 + k_1l + k_2 = \frac{(2F - T)l^3 + [3Tl - 6F(L+h)]l^2}{12}$$

$$k_1 = \frac{3(2F - T)l^2 + 2[3Tl - 6F(L+h)]l}{12} - \frac{F}{2}l^2 + F(L+h)l$$

$$k_1 = (2F - T)\frac{l^2}{4} + \frac{2Tl^2}{4} - Fl(L+h) - \frac{2F}{4}l^2 + Fl(L+h)$$

$$k_1 = (2F - T + 2T)\frac{l^2}{4} - \frac{2F}{4}l^2$$

$$k_1 = \frac{(2F + T - 2F)l^2}{4}$$

Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

$$k_1 = \frac{Tl^2}{4}$$

$$\frac{(2F - T)l^3 + [3Tl - 6F(L + h)]l^2}{12} = \frac{F}{6}l^3 - \frac{F(L + h)}{2}l^2 + k_1l + k_2$$

$$k_2 = \frac{(2F - T)l^3 + [3Tl - 6F(L + h)]l^2}{12} - \frac{F}{6}l^3 + \frac{F(L + h)}{2}l^2 - k_1l$$

$$k_2 = \frac{(2F - T)}{12}l^3 + \frac{3Tl - 6F(L + h)}{12}l^2 - \frac{2F}{12}l^3 + \frac{F(L + h)}{2}l^2 - \frac{3T}{12}l^3$$

$$k_2 = \left[ \frac{2F - T}{12} - \frac{2F}{12} - \frac{3T}{12} \right] l^3 + \left[ \frac{3Tl - 6F(L + h)}{12} + \frac{F(L + h)}{2} \right] l^2$$

$$k_2 = \frac{-4T}{12}l^3 + \frac{3T}{12}l^3$$

$$k_2 = \frac{-T}{12}l^3$$

$$EI_{g_z}y_{BC}(x) = \frac{F}{6}x^3 - \frac{F(L + h)}{2}x^2 + k_1x + k_2$$

$$y_{BC}(x) = \frac{1}{EI_{g_z}} \left[ \frac{F}{6}x^3 - \frac{F(L + h)}{2}x^2 + k_1x + k_2 \right]$$

$$y_{BC}(x) = \frac{1}{EI_{g_z}} \left[ \frac{F}{6}x^3 - \frac{F(L + h)}{2}x^2 + \frac{Tl^2}{4}x - \frac{T}{12}l^3 \right]$$

$$y(l) = \frac{1}{EI_{g_z}} \left[ \frac{F}{6}L^3 - \frac{F(L + h)}{2}L^2 + \frac{Tl^2}{4}L - \frac{T}{12}l^3 \right]$$

$$y(l) = \frac{1}{EI_{g_z}} \left[ \frac{F}{6}L^3 - \frac{F(L + h)}{2}L^2 + \frac{Tl^2}{4}L - \frac{T}{12}l^3 \right]$$

$$y(L) = -10,87 \text{ mm}$$

**Question 9: Que vaut la contrainte maximale de flexion dans le pylône en présence des câbles ?**

$$\sigma = -y \frac{M_{f_z}}{I_{g_z}}$$

$$M_{f_z} = \begin{cases} -F((L + h) - x) + T \sin \alpha (l - x) \forall x \in [0, l] \\ -F((L + h) - x) \forall x \in [l, L + h] \end{cases}$$

$$\sin \alpha = \frac{1}{2}$$

$$M_{f_z} = \begin{cases} -F(L + h) + Fx + Tl \sin \alpha - Tx \sin \alpha \forall x \in [0, l] \\ -F(L + h) + Fx \forall x \in [l, L + h] \end{cases}$$

Dernière mise à jour	TD RdM	Denis DEFAUCHY
05/12/2015	Structures hyperstatiques	TD7 - Correction

$$M_{f_z} = \begin{cases} (F - T \sin \alpha)x - F(L + h) + Tl \sin \alpha & \forall x \in [0, l] \\ -F(L + h) + Fx & \forall x \in [l, L + h] \end{cases}$$

$$M_{f_z} = \begin{cases} \left(F - \frac{T}{2}\right)x + \left(\frac{Tl}{2} - F(L + h)\right) & \forall x \in [0, l] \\ Fx - F(L + h) & \forall x \in [l, L + h] \end{cases}$$

$$M_{f_z} = \begin{cases} -633,87x + 0,59 & \forall x \in [0, l] \text{ va de } 0 \text{ à } -5,93 \\ 1120x - 13,44 & \forall x \in [l, L + h] \text{ va de } -5,93 \text{ à } 0 \end{cases}$$

Le moment maximum est obtenu en  $x = l$  :

$$M_{f_{zmax}} = |F(l - (L + h))| = 5,93 \text{ Nm}$$

$$\sigma_{max}^f = \left| \frac{D F(l - (L + h))}{2 I_{g_z}} \right|$$

$$\sigma_{max}^f = \left| \frac{D F(l - L)}{2 I_{g_z}} \right| = \left| \frac{0,3239 \cdot 1120(0,008 - (0,0012 + 0,00013))}{2 \cdot 99,1 \cdot 10^{-6}} \right| = 9,7 \text{ MPa}$$

**Question 10: Que vaut la contrainte maximale de traction compression dans le pylône en présence des câbles ?**

$$\sigma_{max}^n = \frac{T \cos \alpha}{S} = \frac{4T \cos \alpha}{\pi(D^2 - d^2)} = \frac{2T\sqrt{3}}{\pi(D^2 - d^2)} = \frac{2 \cdot 3507 \cdot \sqrt{3}}{\pi(0,3239^2 - 0,3079^2)} = 0,38 \text{ MPa}$$

**Question 11: En déduire la contrainte normale maximale dans le pylône en présence des câbles.**

$$\sigma_{max} = \sigma_{max}^n + \sigma_{max}^f = 7,32 + 0,38 = 10,08 \text{ MPa}$$

**Question 12: Conclure**

L'ajout des câbles permet de réduire la flèche en bout de pylône de 38 mm à 11 mm et la contrainte normale de 24 à 10,08 MPa mais cette dernière n'est plus située au pied du pylône mais au niveau de l'attache du câble.